Exercice 01 : L'Aquarium Récifal – (09 points)

1. Régulation de l'acidité

- 1.1. Si jamais la valeur du pH devenait trop élevée dans l'aquarium, une solution serait d'y diluer une quantité donnée d'acide, afin de faire baisser le pH.
- 1.2. Une solution tampon a la propriété d'avoir un pH qui varie très peu en cas d'ajout modéré d'acide ou de base. L'utilisation d'une telle solution permettrait à l'eau de l'aquarium d'avoir un pH ne variant que très légèrement quelles que soient les conditions.
- 1.3. On remarque que le dioxyde de carbone est linéaire. Aussi, les atomes d'oxygène (électronégatifs) se situant de part et d'autre de l'atome de carbone central, les moments dipolaires s'annuleront, conférant au CO₂ un moment dipolaire global nul. Donc le dioxyde de carbone est une molécule apolaire.

Au contraire, la molécule d'eau a une géométrie coudée, donc aura un moment dipolaire non nul : c'est une molécule *polaire*. Aussi, une molécule apolaire telle que le dioxyde de carbone sera très peu soluble dans un solvant polaire tel que l'eau.

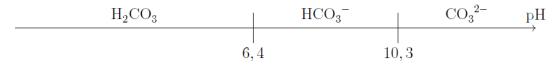
1.4. On rappelle qu'un acide de Brönsted est une espèce susceptible de céder un ou plusieurs protons. Au contraire, une base de Brönsted est une espèce capable de capter un ou plusieurs protons.

En prenant cette définition en compte, on classe les espèces acido-basiques associées au dioxyde de carbone :

$$\begin{array}{c|c} \mathbf{acides} & \mathbf{bases} \\ \mathrm{H_2CO_3}\,;\,\mathrm{HCO_3}^- & \mathrm{HCO_3}^-\,;\,\mathrm{CO_3}^{2-} \end{array}$$

 $NB: \mathrm{CO_3}^{2-}$ est le $\mathrm{CO_2}$ dissous dans l'eau. C'est la même espèce que $(\mathrm{CO_2}, \mathrm{H_2O})$.

1.5. L'eau de l'aquarium a un pH de 8, 1. Or, on a, pour les espèces conjuguées du dioxyde de carbone dissous, le diagramme de prédominance :



On remarque donc, en lisant ce diagramme, que pour pH = 8,1, l'espèce qui prédomine est $\mathrm{HCO_3}^-$.

1.6. Pour se former, la coquille des coraux a besoin des ions carbonate présents dans l'eau. Or, si on ajoute du dioxyde de carbone en solution dans l'eau, on observera une réaction acide-base entre ce dernier et les ions carbonate. Ce qui aura pour conséquence de diminuer la concentration en ions CO₃²⁻, et est donc néfaste au développement de la coquille des coraux.

2. Contrôle de la salinité

2.1. On cherche à interpréter la courbe de suivi du titrage conductimétrique des ions chlorure par le nitrate d'argent.

Dans un premier temps, les ions ajoutés seront consommés en réagissant avec les ions chlorure. La concentration en ions va donc diminuer, donc la conductivité de la solution, donc on observe bien une pente négative comme sur la première partie de la courbe.

Ensuite, une fois l'équivalence passée, les ions ajoutés dans le milieu cesseront d'être consommés, entraînant une augmentation de la conductivité de la solution. Ce qui est visible sur la courbe, avec une pente positive sur la seconde partie du graphe.

2.2. On va désormais exploiter cette courbe de titrage pour déterminer la concentration en ions Cl⁻.

La réaction support du titrage est la suivante :

$$Ag^{+}(aq) + Cl^{-}(aq) \longrightarrow AgCl(s)$$

On a donc, à l'équivalence, $\frac{n_{\text{Ag}^+}}{1} = \frac{n_{\text{Cl}^-}}{1}$. Ou, en termes de concentration, avec V_e le volume versé à l'équivalence et C_0 la concentration molaire de la solution de nitrate d'argent :

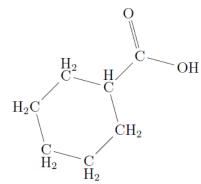
$$C_0 V_e = [Cl^-]_0 V_0 \implies [Cl^-]_0 = \frac{C_0 V_e}{V_0}$$

Or, comme la concentration massique c_m en ions chlorure est donnée par $c_m = [Cl^-]_0 \times M(Cl^-)$ et que l'eau de l'aquarium a une concentration $C_M = 10c_m$ en ions chlorure (la solution titrée a été diluée 10 fois) on a, en masse :

$$\boxed{C_M = 10 \frac{C_0 V_e M (\text{Cl}^-)}{V_0}} = 10 \times \frac{5,0 \times 10^{-2} \times 10,5 \times 35,5}{10} = 18,6 \,\text{g} \cdot \text{L}^{-1}$$

D'où, la salinité de l'eau de l'aquarium est de $\underline{C_M} = 18, 6\,\mathrm{g}\cdot\mathrm{L}^{-1}$. Or, d'après les données, la salinité doit être comprise entre 19, 3 et 19, 6 grammes par litre. Elle n'est donc, pour l'eau testée, pas assez élevée. Il faudra donc traiter l'eau de l'aquarium pourr augmenter la salinité.

- 3. Traitement des poissons contre les vers
 - **3.1.** Étude de l'étape 2.
 - **3.1.1.** La molécule **B** a une chaîne carbonée de longueur 1. Elle dérive donc du méthane. De plus, elle possède un groupe carbonyle sur son unique carbone, qui sera donc obligatoirement en bout de chaîne, il s'agit donc d'un aldéhyde. Finalement, si on prend en compte des deux considérations, la molécule **B** se nomme bien *méthanal* en nomenclature IUPAC.
 - 3.1.2. La molécule C a pour formule semi-développée :



On en déduit donc que l'acide cyclohexanoïque C a pour formule brute $C_7H_{12}O_2$.

3.1.3. On peut alors remplacer chaque réactif par sa formule brute dans l'équation bilan de l'étape 2, ce qui permettra de déterminer la formule brute du composé \mathbf{F} :

$$C_0H_0N + CH_2O + C_7H_{12}O_2 + C_4H_{11}O_2N \longrightarrow C_{21}H_{32}O_4N_2 + F$$

On a donc, pour les réactifs, 9+1+7+4=21 atomes de carbone, que l'on retrouve bien dans le produit **E**. De même, les 2 atomes d'azote sont bien retrouvés. Enfin, on a au départ 1+2+2=5 atomes d'oxygène et 9+2+12+11=34 atomes d'hydrogène. Or, on n'en retrouve respectivement que 4 et 32 dans le produit **E**. Il reste donc **1** atome d'oxygène et **2** atomes d'hydrogène, ce qui permet finalement de conclure que le produit **F** est de l'eau (H_2O) .

3.1.4. On cherche à calculer le rendement de l'étape 2 de la synthèse. Pour cela, il nous est précisé que l'on fait réagir 0, 110 mol de chacun des réactifs : ils sont donc introduits dans les proportions stœchiométriques. Ce qui permet d'écrire directement que la quantité de matière de produit \mathbf{E} attendue est $n_{E,\mathrm{th}}=0,110$ mol.

Or, en réalité, on a obtenu une masse $m_E=40,9\,\mathrm{g}$, correspondant à une quantité de matière $n_{E,\mathrm{exp}}=\frac{m_E}{M(E)}=\frac{40,9}{376,5}=0,109\,\mathrm{mol}$.

Le rendement étant donné par

$$\eta = \frac{n_{E, \rm exp}}{n_{E, \rm th}}$$

on observera donc, pour l'étape 2, un rendement de $\eta = \frac{0.109}{0.110} = 99 \%$. Ce qui est un rendement correct et cohérent pour une étape de synthèse organique.

- **3.2.** Étude de l'étape 3.
 - **3.2.1.** On souhaite associer les mots donnés aux étapes a) et c) du protocole qui nous est décrit.
 - Dans l'étape a), on mélange le composé **E** et de l'AMS en chauffant : il s'agit donc d'une *transformation chimique*.
 - Ensuite, dans l'étape c), un lave la phase organique ayant été extraite à l'étape précédente, avant de la sécher. Il s'agit ici d'une **séparation** (déjà bien commencée après l'extration à l'éther de l'étape d'avant) et d'un début de **purification**, qui sera complétée avec une recristallisation.
- **3.2.2.** Le produit obtenu est un solide. Parmi les méthodes d'identification possibles, on a par exemple la chromatographie sur couche mince (CCM) permettant de comparer aux réactifs et au produit normalement attendu. Une autre méthode est une mesure du point de fusion sur banc Köfler.

4. Prévention des infections

- 4.1. Le charbon actif qui est ajouté à la solution est un solide. Aussi, pour pouvoir étudier la solution obtenue, il est nécessaire de retirer le charbon actif en la filtrant.
- 4.2. On cherche à calculer la masse m_a de colorant adsorbée par gramme de charbon actif. Pour cela, on va commencer par trouver la masse de colorant adsorbée au total pour la solution étudiée, en trouvant dans un premier temps la différence de concentration en bleu de méthylène entre la solution non traitée et la solution traitée.

On va donc chercher, grâce à la courbe donnée en figure 3, cette concentration. Pour cela, on utilise la loi de Beer-Lambert :

$$A = kC$$

avec A l'absorbance, C la concentration en bleu de méthylène, et k une constante. Et par lecture graphique, on trouve $k = \frac{1,6-0,2}{16-2} = 0, 1 \, (\text{L} \cdot \text{mg}^{-1})$.

Or, on calcule $\Delta A = A_{\text{poll.}} - A_{\text{trait.}} = 1, 5 - 0, 2 = 1, 3$. Et en remarquant que $\Delta A = k\Delta C$, on obtient une concentration adsorbée de $\Delta C = \frac{\Delta A}{k}$.

Et donc en parlant en masse, on obtient une masse totale adsorbée M_A donnée par :

$$M_A = \Delta C \times V = \frac{\Delta A}{k} V$$

Ou encore, en divisant par la masse m_C de charbon actif introduite :

$$m_a = \frac{M_A}{m_C} = \frac{V\Delta A}{km_C} = \frac{50 \times 10^{-3} \times 1,3}{0,1 \times 100,0 \times 10^{-3}} = 6,5 \,\mathrm{mg}$$

3

D'où, on a bien une masse $\underline{m_a=6,5\approx7}$ milligrammes de colorant adsorbés par gramme de charbon actif.

4.3. On souhaite traiter $V = 8000 \,\mathrm{L}$ d'eau par du bleu de méthylène. À raison d'un à deux milligrammes par litre d'eau, il faudra donc une masse de bleu de méthylène m_b comprise entre 8000 et 16000 milligrammes.

Or, un gramme de charbon actif pouvant adsorber environ $m_a=6,5$ milligrammes de colorant, il faudra une masse m_C telle que :

$$\frac{8000}{6,5} \le m_C \le \frac{16000}{6,5}$$

Et donc finalement, on aura l'encadrement, en grammes :

$$1231 \le m_C \le 2461$$

Ce qui est une quantité non négligeable (entre une tonne et 2 tonnes et demie!) même si elle reste surévaluée : une partie non négligeable du bleu de méthylène ajouté à l'aquarium aura normalement réagi pour traiter l'eau, le charbon actif ne servant qu'à éliminer l'excédent.

Exercice 02 : Les supercondensateurs – (06points ,

1. Comparer la valeur de la capacité du supercondensateur étudié aux valeurs usuelles des capacités des condensateurs utilisées au lycée ou en électronique.

Au lycée, nous avons utilisé des condensateurs avec des capacités de l'ordre du μF . Nous aurions également pu utiliser des capacités de l'ordre du mF, du nF ou du pF. C'est beaucoup plus petit que la valeur du supercondensateur proposé ici.

La valeur de la capacité C d'un condensateur peut être déterminée à l'aide de la relation : $C = \varepsilon * \frac{S}{d}$

Où : S est la surface en regard des deux armatures, d est l'écartement entre les deux armatures, ε est une constante caractéristique du matériau isolant placé entre les deux armatures.

2. Justifier qualitativement les parties en italique et soulignées du texte de présentation des supercondensateurs.

D'après la formule précédente la valeur de la capacité est proportionnelle à la surface des armatures. D'où le fait d'avoir « <u>des armatures de très grandes surfaces</u> » pour avoir une très grande capacité.

D'après la formule précédente, la valeur de la capacité est inversement proportionnelle à la distance entre les deux armatures. D'où le fait d'avoir des armatures « <u>très rapprochées</u> » pour avoir une plus grande capacité.

3. Donner la relation entre l'intensité i(t) du courant électrique et la dérivée de la charge q(t) portée par l'armature A du supercondensateur, puis la relation entre l'intensité i(t), la capacité $\mathcal C$ et la dérivée temporelle de la tension électrique $u_{\mathcal C}(t)$ aux bornes du supercondensateur.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

Or,
$$q(t) = C * u_c(t)$$

$$\mathsf{D'o\grave{u}},\,i(t) = \frac{d(\mathit{C}*u_{c}(t))}{dt} = \frac{d(\mathit{C}*u_{c}(t) + \mathit{C}*d(u_{c}(t))}{dt} = \mathit{C}*\frac{d(u_{c}(t))}{dt} \qquad \textit{maths}: (u*v)' = u'*v + u*v' \; \textit{et} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{car} \; \mathit{C} = \mathit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{car} \; \mathit{C} = \mathit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{car} \; \mathit{C} = \mathit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{car} \; \mathit{C} = \mathit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{car} \; \mathit{C} = \mathit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{car} \; \mathit{C} = \mathit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{car} \; \mathit{C} = \mathit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{car} \; \mathit{C} = 0 \; \textit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{car} \; \mathit{C} = 0 \; \textit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{car} \; \mathit{C} = 0 \; \textit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{car} \; \mathit{C} = 0 \; \textit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{car} \; \mathit{C} = 0 \; \textit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{car} \; \mathit{C} = 0 \; \textit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{car} \; \mathit{C} = 0 \; \textit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{car} \; \mathit{C} = 0 \; \textit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{car} \; \mathit{C} = 0 \; \textit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{car} \; \mathit{C} = 0 \; \textit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{car} \; \mathit{C} = 0 \; \textit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{car} \; \mathit{C} = 0 \; \textit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{cte} = 0 \; \textit{cte} \\ \frac{d(\mathit{C})}{dt} = 0 \; \textit{cte} = 0 \; \textit$$

4. Montrer que l'équation différentielle dont la tension électrique $u_c(t)$ aux bornes du supercondensateur est une solution de la forme : $\frac{du_c}{dt}(t)+\frac{1}{\tau}u_c(t)=\frac{E}{\tau}$ Exprimer la constante de temps τ en fonction de R et de C.

D'après la loi des mailles, on a :
$$E - u_R - u_C = 0 \Rightarrow E = u_R + u_C$$

Or, d'après la loi d'Ohm on a
$$u_R=R*i\;\; {\rm avec}\; i=\; C*\frac{du_c}{dt} \;\;\; \Rightarrow \;\;\; u_R=R*C*\frac{du_c}{dt}$$

Ainsi,
$$E = R * C * \frac{du_c}{dt} + u_c \iff \frac{E}{RC} = \frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{RC}$$
 avec $\tau = RC$

Soit,
$$\frac{E}{\tau} = \frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau}$$

5. Vérifier que les solutions de cette équation différentielles sont de la forme : $u_c(t) = A * e^{-\frac{t}{\tau}} + E$ Déterminer l'expression de A pour la situation étudiée.

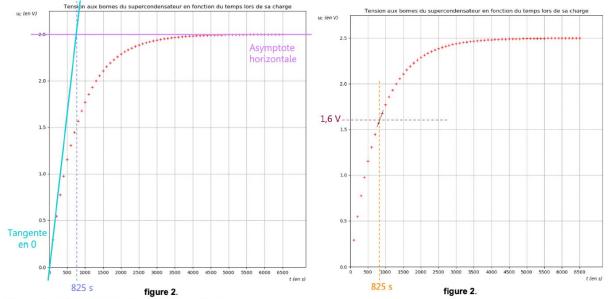
On résout l'équation différentielle de premier ordre avec second membre :

- → Solution homogène : $u_{c,h}(t) = A * e^{-t/\tau}$ avec A = cte
- → Solution particulière : $u_{c,p} = B$ avec B = cte → la dérivée d'une constante est nulle. Donc, $\frac{du_{c,p}}{dt} = 0 \Leftrightarrow 0 + \frac{B}{\tau} = \frac{E}{\tau}$. Soit, B = E
- \rightarrow Solution générale : $u_c(t) = u_{c,h}(t) + u_{c,p} = A * e^{-\frac{t}{\tau}} + E$

On utilise les conditions initiales pour déterminer \underline{A} : à t=0 le condensateur est déchargé donc $u_{\mathcal{C}}(t=0)=0$ Soit, $0=A*e^{-\frac{0}{t}}+E=A+E \iff A=-E$

- 6. Déterminer la valeur C_1 de la capacité du supercondensateur en explicitant la démarche suivie. On détermine τ graphiquement :
- Soit par la méthode de la tangente en 0 et de l'asymptote horizontale.
- Soit en retrouvant le temps nécessaire pour atteindre 63% de la charge maximale : $U_{63\%} = 0.63 * E = 1.6 V$

5



Dans les 2 cas on trouve $\tau = 825 \, s$

7. Écrire de manière appropriée le résultat de la mesure du temps caractéristique avec son incertitude $\tau = \bar{\tau} \pm u(\bar{\tau}) = 814,2827 \pm 1,175s \rightarrow$ On garde un seul chiffre significatif pour l'incertitude (en arrondissant à l'excès) et s'arrête à l'unité pour la mesure de τ . $\tau = 814 \pm 2s$

On estime que l'incertitude-type de la résistance du conducteur ohmique est u(R) = 0,1 Ω . L'incertitude-type sur la valeur de la capacité C_2 du supercondensateur se déduit des mesures de la résistance et du temps caractéristique moyen par la relation :

$$u(C_2) = C_2 * \sqrt{\left(\frac{u(R)}{R}\right)^2 + \left(\frac{u(\overline{\tau_2})}{\overline{\tau_2}}\right)^2}$$

8. Déterminer la valeur de la capacité C_2 du supercondensateur ainsi que son incertitude-type.

$$\tau = RC_2 \Leftrightarrow C_2 = \frac{\tau}{R} = \frac{814}{2.0} = 4.1 * 10^2 F$$
 On calcul $u(C_2) = C_2 * \sqrt{\left(\frac{u(R)}{R}\right)^2 + \left(\frac{u(\overline{\tau_2})}{\overline{\tau_2}}\right)^2} = 4.1 * 10^2 * \sqrt{\left(\frac{0.1}{2.0}\right)^2 + \left(\frac{2}{814}\right)^2} = 2.0 * 10^1 F = 0.2 * 10^2 F$ Soit, $C_2 = (4.1 \pm 0.2) * 10^2 F$

9. Comparer la valeur de la capacité C_2 mesurée expérimentalement avec la valeur de référence C_{ref} donnée par le constructeur en utilisant le quotient $\frac{|c_2-c_{ref}|}{u(C_2)}$.

Conclure.

 $r=rac{|\mathcal{C}_2-\mathcal{C}_{ref}|}{u(\mathcal{C}_2)}=rac{|4.1*10^2-400|}{0.2*10^2}=0,5<2.$ La valeur mesurée est en accord avec celle donnée par le constructeur.

Exercice 03 : Quelle taille pour les mailles d'un tamis ? – (05 points)

- 1. Vérification de la longueur d'onde de la diode laser utilisée
 - 1.1. Le phénomène physique ici étudié est le phénomène de *diffraction*. La figure alors observée sera « étirée » (la première tache sombre s'éloigne du centre) lorsque la longueur d'onde augmente ou la taille de la fente diminue. Au contraire, si la longueur d'onde diminue ou la taille de la fente augmente, la première tache sombre se rapprochera du centre de la figure.
- 1.2. On nous rappelle la relation $\theta = \frac{\lambda}{a}$. Et on a, dans le triangle rectangle décrit entre le centre de la fente, l'écran et la première tache sombre, la relation trigonométrique :

$$\tan \theta = \frac{L}{2D}$$

Or, comme $\theta \ll 1 \text{ rad}$, on a $\tan \theta \sim \theta$.

D'où, en injectant dans la relation précédente, il vient :

$$\theta = \frac{L}{2D}$$

Et si on utilise l'expression donnée de θ en fonction de λ et a, on obtient finalement :

$$\frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D} \implies \boxed{\lambda = \frac{aL}{2D}}$$

1.3. Sur la figure 3, on mesure $L = 9 \,\mathrm{mm}$. On calcule alors :

$$\lambda = \frac{80 \times 10^{-6} \times 9 \times 10^{-3}}{2 \times 56 \times 10^{-2}} = 643 \,\mathrm{nm}$$

D'où, la longueur d'onde du laser utilisé est $\underline{\lambda}=643\,\mathrm{nm}$, ce qui correspond bien à la valeur donnée, en prenant en compte son incertitude.

- 2. Calibrage du tamis de récupération
 - 2.1. La présence de zones sombres et de zones brillantes est liée au phénomène d'interférence entre deux sources lumineuses cohérentes : soit ces dernières interfèrent constructivement, ce qui donne une zone brillante, soit elles interfèrent destructivement, ce qui donne une zone sombre.
 - 2.2. On cherche à estimer l'interfrange avec la meilleure précision possible. Pour cela, on va la mesurer sur la figure 7. Cependant, pour augmenter la précision, on ne va pas mesurer la valeur d'une seule interfrange, mais plutôt la valeur de plusieurs (ici 4) interfranges, *i.e.* de centre à centre des taches lumineuses.

On mesure alors, à la règle, $4i=6\,\mathrm{cm}$ D'où, finalement, $i=\frac{6}{4}=1,5\,\mathrm{cm}$.

Et on a, vu que la mesure a été effectuée avec une règle graduée au millimètre, une incertitude sur la mesure de i qui vaut $u(i) = \frac{0.05}{\sqrt{3}} = 0,03\,\mathrm{cm}$.

2.3. On cherche à calculer la valeur de b. On a :

$$i = \frac{\lambda D}{b} \implies b = \frac{\lambda D}{i} = \frac{650 \times 10^{-9} \times 7,75}{1,5 \times 10^{-2}} = 3,4 \times 10^{-4} \,\mathrm{m}$$

Et on a sur cette valeur une incertitude :

$$u(b) = 3,4 \times 10^{-4} \times \sqrt{\left(\frac{0,03}{7,75}\right)^2 + \left(\frac{0,03}{1,5}\right)^2 + \left(\frac{10}{650}\right)^2} = 8,7 \times 10^{-6} \,\mathrm{m}$$

Donc finalement, la distance entre deux trous du tamis vaut $b = 3, 4(\pm 0, 2) \times 10^{-4}$ m.

2.4. Les artémies que l'on veut récupérer sont celles d'une taille supérieure à $150 \,\mu\text{m}$. Or, le tamis utilisé a un pas de $b = 3,4 \times 10^{-4} \,\text{m} = 340 \,\mu\text{m} > 2 \times 150$. Ce qui permet donc largement de laisser passer les artémies de la bonne taille.

7